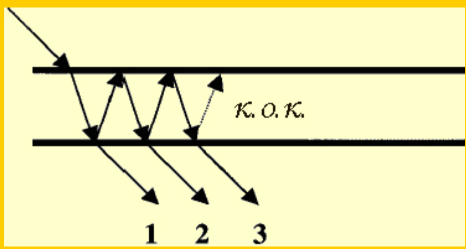
Μουσικό Σχολείο Λάρισας

Υπεύθυνος Καθηγητής :
Βασίλειος Παπαβασιλείου

Λύση του προβλήματος Νοεμβρίου 2009

Κοιτώντας μέσα από το τζάμι

Η προσπίπτουσα ακτίνα , ενέργειας **E** , υφίσταται μια πρώτη ανάκλαση στην πάνω έδρα της πλάκας και η εισερχόμενη ακτίνα (διαθλώμενη) μεταφέρει ενέργεια ίση με $\mathbf{E(1-k)}$.
Στην συνέχεια ανακλάται , εν μέρει , στην κάτω έδρα της πλάκας και η εξερχόμενη ακτίνα **1** – δες σχήμα – μεταφέρει ενέργεια ίση με το $\mathbf{(1-k)}$ της προσπίπτουσας , δηλαδή ίση με $\mathbf{(1-k)E(1-k) = E(1-k)^2}$.



Η ακτίνα που ανακλάστηκε στην κάτω έδρα επιστρέφει στο εσωτερικό έχοντας ενέργεια ίση με $\mathbf{kE(1-k)}$.
Ανακλάται – πάντοτε εν μέρει – στην πάνω έδρα και επιστρέφει προς την κάτω έδρα έχοντας ενέργεια ίση με
$\mathbf{k*k*E(1-k) = k^2E(1-k)}$.

Στην κάτω έδρα , η ακτίνα που διαφεύγει της πλάκας προς τα κάτω – η ακτίνα **2** στο σχήμα – μεταφέρει ενέργεια ίση με $\mathbf{(1-k)k^2E(1-k) = k^2E(1-k)^2}$.

Κρατώντας τον ενεργειακό λογαριασμό σε κάθε ανάκλαση και διάθλαση καταλήγουμε ότι η εξερχόμενη ακτίνα **3** μεταφέρει ενέργεια $\mathbf{k^4E(1-k)^2}$ κ.ο.κ.

Η ολική φωτεινή ενέργεια που εξέρχεται τελικά της πλάκας θα ισούται με :
$\mathbf{E_{εξ.} = E(1-k)^2 + k^2E(1-k)^2 + k^4E(1-k)^2 + \ldots = E(1-k)^2\,(1 + k^2 + k^4 + \ldots)}$

Η ακολουθία μέσα στην δεύτερη παρένθεση αποτελεί φθίνουσα γεωμετρική πρόοδο , με 1^{ο} όρο το **1** και λόγο $\mathbf{k < 1}$, συνεπώς το άθροισμα των άπειρων όρων που περικλείονται μέσα στην παρένθεση θα ισούται με $\mathbf{1/(1-k^2)}$. Έτσι :

$$\mathbf{E_{εξ.} = E(1-k)^2/(1-k^2) = E(1-k)/(1+k) = 7E/13 \cong 0{,}538\ E}\ .$$

Δηλαδή το **53,8%** , περίπου , της αρχικής φωτεινής ενέργειας .