

# Μουσικό Σχολείο Λάρισας

## Λύση προβλήματος

Δεκεμβρίου 2011

### Διπλοκύλινδρη διεργασία !

α. Από την εκφώνηση είναι προφανές ότι η διεργασία στον αριστερό κύλινδρο θα είναι αδιαβατική και στον δεξιό ισόθερμη.

Γράφοντας την καταστατική εξίσωση των ιδανικών αερίων, για κάθε κύλινδρο στην αρχική του κατάσταση, λαμβάνουμε:

$$P_1 V_1 = n_1 R T_1 \text{ \& } P_2 V_2 = n_2 R T_2$$

Διαιρώντας κατά μέλη και έχοντας υπ' όψη την ισότητα των αρχικών όγκων ( $V_1 = V_2 = V$ ) και θερμοκρασιών ( $T_1 = T_2 = T$ ) έχουμε:

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{n_1}{3\sqrt{2} \cdot n_1} = \frac{1}{3\sqrt{2}}$$

Δηλαδή, η ποσότητα του αερίου στον δεξιό κύλινδρο έχει μεγαλύτερη πίεση από την ποσότητα στον αριστερό κύλινδρο κι έτσι ο μηχανισμός με τα έμβολα θα κινηθεί προς τα αριστερά, πραγματώνοντας ταυτόχρονα μια ισόθερμη εκτόνωση για το δοχείο 2 (δεξιό) και μια αδιαβατική συμπίεση για το δοχείο 1 (αριστερό).

Στην θέση ισορροπίας οι πιέσεις που αναπτύσσονται από τα αέρια στα έμβολα θα πρέπει να εξισώνονται  $P'_1 = P'_2 = P'$ .

Οι μεταβολές των όγκων των αερίων θα είναι κι αυτές ίσες (κατ' απόλυτη τιμή) αφού τα έμβολα υφίστανται ίσες μετατοπίσεις και τα έμβολα έχουν ίσες διαστάσεις  $|\Delta V_1| = |\Delta V_2| = \Delta V$ .

Για τον αριστερό κύλινδρο θα έχουμε (αδιαβατική συμπίεση):

$$P'(V - \Delta V)^\gamma = P_1 V^\gamma$$

Για τον δεξιό κύλινδρο θα έχουμε (ισόθερμη εκτόνωση):

$$P'(V + \Delta V) = P_2 V$$

Διαιρώντας κατά μέλη τις δύο τελευταίες σχέσεις

$$\frac{P_1}{P_2} V^{\gamma-1} = \frac{(V - \Delta V)^\gamma}{(V + \Delta V)} = \frac{V^\gamma \cdot (1 - \frac{\Delta V}{V})^\gamma}{V \cdot (1 + \frac{\Delta V}{V})} = V^{\gamma-1} \frac{(1 - \frac{\Delta V}{V})^\gamma}{(1 + \frac{\Delta V}{V})} \Leftrightarrow$$

$$\frac{1}{3\sqrt{2}} = \frac{(1 - 1/2)^\gamma}{(1 + 1/2)} \Leftrightarrow (1/2)^\gamma = \frac{1}{2\sqrt{2}} \Leftrightarrow -\gamma \ln 2 = -\ln(2\sqrt{2}) \Leftrightarrow$$

$$\gamma = \frac{\ln(2\sqrt{2})}{\ln 2} = \frac{\ln 2 + \ln \sqrt{2}}{\ln 2} = 1 + \frac{\ln 2^{1/2}}{\ln 2} = 3/2$$

β. Το ποσό του έργου  $W_2$  που παράγεται κατά την ισόθερμη εκτόνωση ισούται με

$$W_2 = nRT_2 \ln \frac{V + \Delta V}{V} = P_2 V \ln(1 + \Delta V/V) =$$

$$10^5 \cdot 10^{-3} \ln(1 + 1/2) = 100 \cdot \ln(3/2)$$

Αυτό το έργο εκφράζει και την ενέργεια που προσδίδεται, μέσω της κίνησης της ράβδου, στο άλλο δοχείο:

Αδιαβατική συμπίεση στον κύλινδρο 2:

$$\Delta U_1 = -W_1 = W_2 = 100 \cdot \ln(3/2)$$

### Επιμέλεια ασκήσεων Βασίλειος Παπαβασιλείου ΠΕ04

Για τυχόν παρατηρήσεις, διορθώσεις αλλά και ... έξυπνες λύσεις των ασκήσεων μπορείτε να επικοινωνήσετε μέσω της διεύθυνσης

[ergfys@gym-mous-laris.lar.sch.gr](mailto:ergfys@gym-mous-laris.lar.sch.gr)