ΜΕΛΕΤΗ ΤΩΝ ΓΡΑΦΙΚΩΝ ΠΑΡΑΣΤΑΣΕΩΝ ΤΗΣ ΚΙΝΗΜΑΤΙΚΗΣ

Μπορούμε να περιγράψουμε κάθε κίνηση με διάφορους ισοδύναμους τρόπους . Ένας απ' αυτούς είναι να γράψουμε τις κατάλληλες εξισώσεις , δηλαδή τους νόμους που υπακούν η μετατόπιση **Δx** , η στιγμιαία ταχύτητα **U** και η στιγμιαία επιτάχυνση (ή επιβράδυνση) **α** .

Οι ευθύγραμμες κινήσεις που έχουμε γνωρίσει έως τώρα χαρακτηρίζονται από τις εξισώσεις που συνοψίζει ο κάτωθι πίνακας :

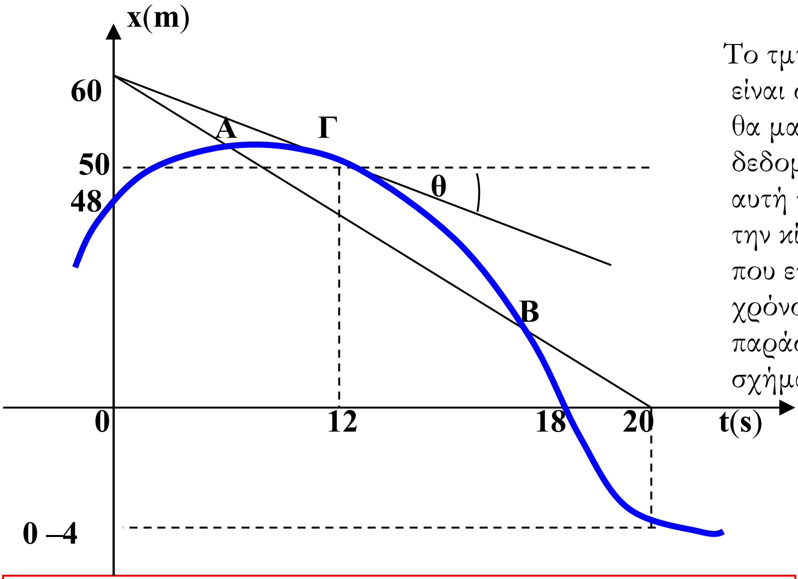
Κίνηση	Εξίσωση της **α**	Εξίσωση της **U**	Εξίσωση της **Δx**
Ευθύγραμμη Ομαλή	$\alpha = 0$	$U = \text{σταθερή} \neq 0$	$\Delta x = U \cdot t$
Ευθύγραμμη Ομαλά Επιταχυνόμενη	$\alpha = \text{σταθερή} \neq 0$	$U = U_0 + \alpha \cdot t$	$\Delta x = U_0 \cdot t + \frac{1}{2}\alpha \cdot t^2$
Ευθύγραμμη Ομαλά Επιβραδυνόμενη	$\alpha = \text{σταθερή} \neq 0$	$U = U_0 - \alpha \cdot t$	$\Delta x = U_0 \cdot t - \frac{1}{2}\alpha \cdot t^2$

Ένας άλλος τρόπος με τον οποίο μπορούμε να περιγράψουμε κάποια κίνηση , αποφεύγοντας την βαττολογία , είναι να μην γράψουμε καμιά εξίσωση !! Αρκεί να σχεδιάσουμε , με τη βοήθεια ορθογωνίων αξόνων στο επίπεδο , μια καμπύλη της οποίας τα σημεία να έχουν συντεταγμένες που δηλώνουν κάτι . Τι μπορεί να είναι αυτό ; Μπορεί να είναι η στιγμιαία **θέση** του κινητού – ως προς κάποιο σημείο που θεωρείται αφετηρία (δηλαδή η **τετμημένη** να δείχνει τον **χρόνο** και η **τεταγμένη** την **θέση**) . Σ' αυτή την περίπτωση μιλούμε για την γραφική παράσταση της στιγμιαίας θέσης συναρτήσει του χρόνου $\mathbf{x = f_1(t)}$.
Με ανάλογο τρόπο μπορούμε να σχεδιάσουμε τις γραφικές παραστάσεις της **στιγμιαίας ταχύτητας** συναρτήσει του **χρόνου** $\mathbf{U = f_2(t)}$ και της **στιγμιαίας επιτάχυνσης** συναρτήσει του **χρόνου** $\mathbf{\alpha = f_3(t)}$.
Πρέπει να τονιστεί ότι , για κάποια καθορισμένη κίνηση , και οι τρεις γραφικές παραστάσεις $\mathbf{x = f_1(t)}$, $\mathbf{U = f_2(t)}$ και $\mathbf{\alpha = f_3(t)}$ είναι **ισοδύναμες** ! Δηλαδή , αν μας δώσουν ένα από αυτά τα γραφήματα τότε μπορούμε να σχεδιάσουμε και τα άλλα .
Με άλλα λόγια , τα γραφήματα μπορεί να έχουν άλλη εμφάνιση – ανάλογα με το είδος των αξόνων που επιλέγουμε – αλλά οι πληροφορίες που μεταφέρουν είναι ολόιδιες (πάντα για κάποια συγκεκριμένη κίνηση) .
Ποιες πληροφορίες , και με ποιο τρόπο μπορούμε να τις εκμαιεύσουμε από τα γραφήματα αυτά , περιγράφουμε αμέσως παρακάτω .

Γραφική παράσταση της στιγμιαίας θέσης συναρτήσει του χρόνου $\mathbf{x = f_1(t)}$

Κατ' αρχή , όπως και στις άλλες γραφικές παραστάσεις , ο χρόνος **t** θα είναι πάντα η ελεύθερη μεταβλητή που οι τιμές τις θα δίνονται στον οριζόντιο άξονα – των τετμημένων . Τα βέλη των αξόνων δείχνουν τη θετική φορά – δηλαδή η κίνηση εξελίσσεται χρονικά (προς το μέλλον) όπως δείχνει το βέλος στον οριζόντιο άξονα και η θετική φορά , της ευθύγραμμης τροχιάς , είναι προς τον θετικό ημι – άξονα των τεταγμένων .

Οι μονάδες μέτρησης – δίπλα στα σύμβολα των αξόνων – είναι απαραίτητες για να μπορούμε να εκφράσουμε με σαφήνεια τις παρατηρήσεις μας . Εάν δεν υπάρχουν μονάδες τότε η μελέτη είναι μόνο ποιοτική – δηλαδή μας επιτρέπει να αναγνωρίσουμε το είδος της κίνησης χωρίς ν α εισέλθουμε σε αριθμητικούς υπολογισμούς των διαφόρων μεγεθών .



Το τμήμα της καμπύλης που είναι σχεδιασμένο για $t < 0$ δεν θα μας απασχολήσει – τα δεδομένα της καμπύλης σ' αυτή την περιοχή περιγράφουν την κίνηση τις χρονικές στιγμές που επιλέξαμε ως αρχή του χρόνου . Από μια γραφική παράσταση , σαν αυτή του σχήματος 1 , μπορούμε να αντλήσουμε τις εξής πληροφορίες :

Σχήμα 1 : Γραφική παράσταση της θέσης **x** , ενός κινητού , συναρτήσει του χρόνου **t** .

1. Οι συντεταγμένες δίνουν την **θέση** του κινητού κάθε **στιγμή** και σε σχέση με το σημείο που επιλέξαμε <u>αυθαίρετα</u> ως αφετηρία – το σημείο με τεταγμένη $\mathbf{x = 0}$. *Π.χ. στο σχήμα 1 την χρονική στιγμή **12s** το κινητό απέχει από την αφετηρία **50m** και μάλιστα βρίσκεται στον θετικό ημιάξονα .*

Τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης με τον άξονα των χρόνων **t** – *στο σχήμα μας το σημείο με συντεταγμένες (**18** , **0**)* – δείχνουν τις χρονικές στιγμές που το κινητό βρίσκεται στην αφετηρία $\mathbf{x = 0}$.

Το σημείο τομής της γραφικής παράστασης με τον άξονα των θέσεων **x** – στο σχήμα μας το σημείο (**0** , **48**) μας δείχνει την θέση του κινητού την χρονική στιγμή $\mathbf{t = 0}$[1] .

2. Η **διαφορά** των **τεταγμένων** $x_2 – x_1$, στο χρονικό διάστημα $\Delta t = t_2 – t_1$, μας δίνει την **μετατόπιση** του κινητού .

*Π.χ. στο σχήμα μας μεταξύ των χρονικών στιγμών **0s** και **12s** το κινητό μετατοπίστηκε κατά* $x_2 – x_1 = 50m – 48m = +2m$.

Αν $\Delta x = x_2 – x_1 > 0$ τότε η **φορά** της κίνησης ήταν προς τα **θετικά** ενώ αν $\Delta x = x_2 – x_1 < 0$ τότε η **φορά** της κίνησης ήταν προς τα **αρνητικά**[2] .

Εάν κατά το χρονικό διάστημα $\Delta t = t_2 – t_1$ το κινητό αντιστρέψει τη φορά της κίνησής του (το καταλαβαίνουμε εύκολα από το «ανεβοκατέβασμα» της καμπύλης) τότε η μετατόπιση δίδεται και πάλι από τη διαφορά $\Delta x = x_2 – x_1$ αλλά το διανυθέν **<u>διάστημα</u>** **s** διαφέρει .

*Στο γράφημα του σχήματος 1 , μεταξύ των χρονικών στιγμών **0s** και **18s** το κινητό μετατοπίστηκε κατά* $\Delta x = 0 – 50 = – 50m$ *αλλά η απόσταση που διάνυσε ήταν* $(50 – 48) = 2m$ *προς τα θετικά και* **50m** *προς τα αρνητικά (επιστρέφοντας στην αφετηρία) , δηλαδή συνολική απόσταση* **52m**[3] .

---

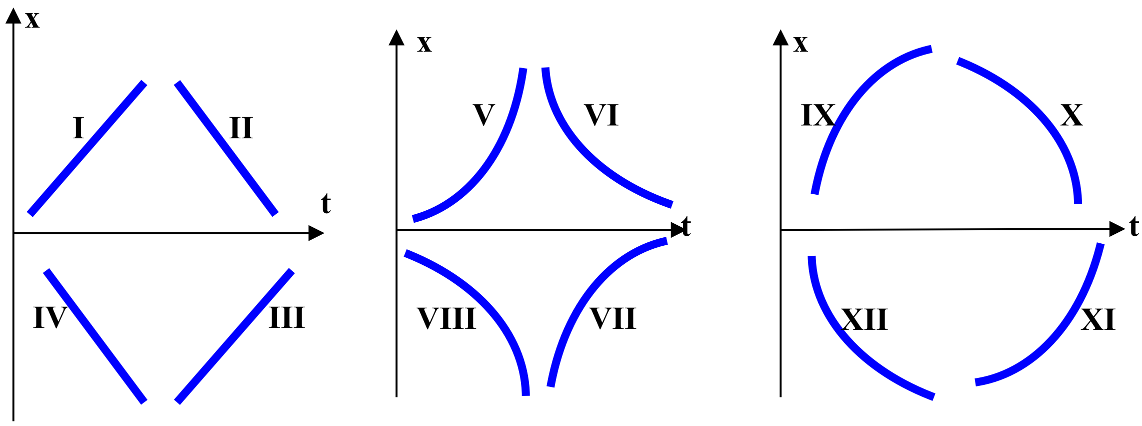
[1] Είναι δυνατόν η γραφική παράσταση της θέσης , ενός κινητού , συναρτήσει του χρόνου να τέμνει τον κατακόρυφο άξονα των θέσεων σε περισσότερα του ενός σημεία ;

[2] Αν γνωρίζουμε την μετατόπιση $\Delta x = x_2 – x_1$ και την αρχική θέση x_1 , μπορούμε να απαντήσουμε εάν το κινητό πλησιάζει ή απομακρύνεται από την αφετηρία ; Μήπως η απάντηση έχει σχέση με το **πρόσημο** του γινομένου $(x_2 – x_1)*x_1$;

3. Η ***κλίση*** του ευθύγραμμου τμήματος που έχει τα άκρα του σε δύο σημεία της γραφικής παράστασης – *π.χ. στο σχήμα 1 το ευθύγραμμο τμήμα **ΑΒ*** – δίδει τη **μέση τιμή** $\bar{U}$ της **<u>διανυσματικής</u> ταχύτητας** για το τμήμα της κίνησης που αντιστοιχεί στις θέσεις των δύο σημείων .
Και λέγοντας **κλίση** εννοούμε την **<u>εφαπτομένη της γωνία</u>**ς που σχηματίζει το ευθύγραμμο τμήμα με τον άξονα των τετμημένων (άξονα των χρόνων) – *π.χ. για το παράδειγμά μας* $\bar{U}_{AB} = {}^{60}\!/_{20} = 30\,{}^{m}\!/_{s}$. [4]

4. Η ***κλίση*** κάθε ευθείας που **εφάπτεται** σε ένα σημείο της γραφικής παράστασης μας δίνει το **μέτρο της <u>στιγμιαίας</u> ταχύτητας** στην θέση που αντιστοιχεί στο σημείο αυτό – *για το παράδειγμά μας η κλίση της ευθείας (ε) , δηλαδή η* $\varepsilon\varphi\theta = U_\Gamma$.

5. Η μορφή **<u>όλων</u>** των παραστάσεων θέσης – χρόνου που συναντούμε μπορούν να ταξινομηθούν – ποιοτικά – σύμφωνα με τα κάτωθι σχήματα[5] :



Μπορούμε να καταλάβουμε αν μια κίνηση είναι μεταβαλλόμενη εάν καθώς κινούμαστε προς τη θετική κατεύθυνση του άξονα των χρόνων η κλίση στα σημεία της αυξάνει – οπότε μιλούμε για επιταχυνόμενη κίνηση – ή μειώνεται – οπότε μιλούμε για επιβραδυνόμενη κίνηση .

Ο πίνακας που ακολουθεί συνοψίζει την ανωτέρω ταξινόμηση των γραφημάτων[6]

Γράφημα / Κίνηση	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
Ομαλή	+	–	+	–								
Επιταχυνόμενη					+	–	+	–				
Επιβραδυνόμενη									+	–	+	–

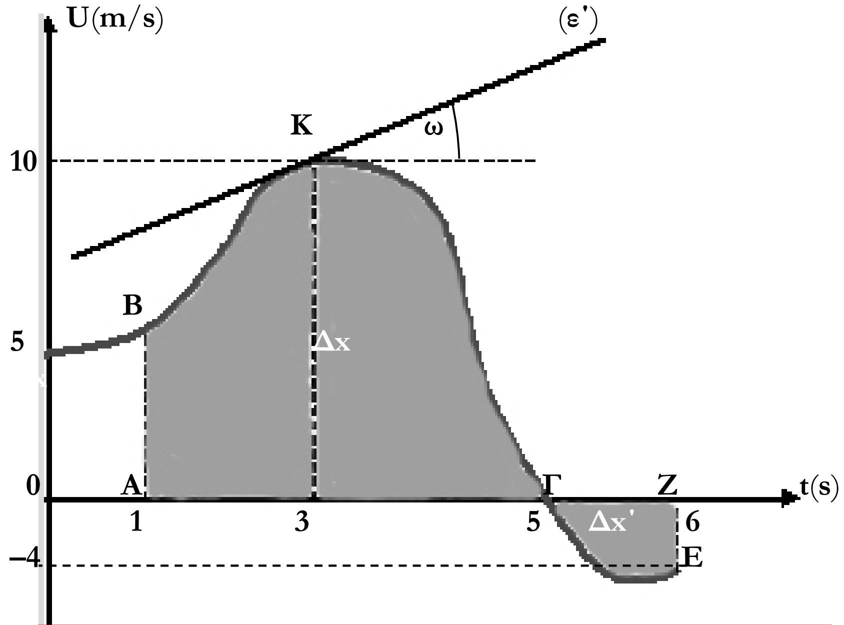
Κλείνοντας τη μελέτη των γραφημάτων θέσης – χρόνου αξίζει να αναφερθεί ότι το σχήμα του γραφήματος δεν ταυτίζεται με το σχήμα της τροχιάς του κινητού . Απλά είναι ένα νοητικό εργαλείο . Χρησιμότατο μεν αλλά υπαρκτό μόνο στην φαντασία μας !

Γραφική παράσταση της στιγμιαίας ταχύτητας συναρτήσει του χρόνου $U = f_2(t)$

---

[3] Αν $\mathbf{x_1}$, $\mathbf{x_2}$, $\mathbf{x_{max}}$ η αρχική θέση , η τελική θέση και η πιο μακρινή , από την αφετηρία , θέση αντίστοιχα τότε το διανυθέν διάστημα θα δίδεται από τη σχέση $\mathbf{s = 2x_{max} - x_1 - x_2}$. Μπορείς να την αποδείξεις ; (Υπ. Πρόσθεσε επιμέρους μετατοπίσεις κατ' απόλυτη τιμή)
[4] Κατανοείς το πως βγήκε η συγκεκριμένη τιμή ;
[5] Ποια μορφή νομίζεις ότι παίρνει η γραφική παράσταση θέσης – χρόνου για ένα ακίνητο σώμα ;
[6] Τα πρόσημα δείχνουν τη φορά της κίνησης .

Ας δούμε μια εντελώς «ανακατεμένη» γραφική παράσταση στιγμιαίας ταχύτητας – χρόνου όπως αυτή του σχήματος 2 . Ενδιαφερόμαστε για διάφορες στιγμές της κίνησης του κινητού όπως τα **Α** , **Β** , **Κ** , **Γ** και **Δ** . Οι πληροφορίες που μπορούμε να δρέψουμε από μια τέτοια γραφική παράσταση είναι οι εξής :



Σχήμα 2 : Γραφική παράσταση της στιγμιαίας ταχύτητας **U** , ενός κινητού , συναρτήσει του χρόνου **t** .

1. Το **μέτρο** της **στιγμιαίας ταχύτητας** δίδεται κάθε **στιγμή t** από την **τεταγμένη** του εκάστοτε σημείου του γραφήματος – *π.χ. η στιγμιαία ταχύτητα του κινητού τη χρονική στιγμή **t = 3s** , σημείο **Κ** , έχει μέτρο **10m/s** ενώ το μέτρο της στιγμιαίας ταχύτητας του κινητού τη χρονική στιγμή **t = 6s** , σημείο **Δ** , είναι **4m/s** .*

Το **πρόσημο** της τεταγμένης δείχνει τη **φορά** της κίνησης και <u>**δεν** δηλώνει αν η κίνηση είναι επιταχυνόμενη ή επιβραδυνόμενη</u> .

2. Το μέτρο της **αρχικής ταχύτητας U_0** του κινητού , δηλαδή το μέτρο της στιγμιαίας ταχύτητας τη χρονική στιγμή **t = 0** , δίδεται από την τεταγμένη του σημείου τομή του γραφήματος με τον άξονα των ταχυτήτων .

*Π.χ. στο σχήμα 2 την χρονική στιγμή η αρχική ταχύτητα του κινητού έχει μέτρο **5m/s** .*

Το σημείο τομής του γραφήματος με τον άξονα των χρόνων δίνει τη χρονική στιγμή (ή στιγμές) που το κινητό σταματά .

*Αναφερόμενοι στο σχήμα 2 , το κινητό σταματά , στιγμιαία , τη χρονική στιγμή **t = 5s** .*

3. Η <u>**απόλυτη τιμή**</u> της **διαφοράς** των **τεταγμένων $U_2 – U_1$** , στο χρονικό διάστημα **$\Delta t = t_2 – t_1$** , μας δίνει το **μέτρο** της **μεταβολής** της **ταχύτητας** στο ανωτέρω χρονικό διάστημα .

*Π.χ. στο σχήμα μας μεταξύ των χρονικών στιγμών **0s** και **6s** το μέτρο της ταχύτητας του κινητού μεταβλήθηκε κατά $|(-4) - (+5) = -9| = 9$ μονάδες (το κινητό **μείωσε** κατά **5** μονάδες το μέτρο* *της ταχύτητάς του μέχρι να ακινητοποιηθεί στιγμιαία και **αυξήθηκε** κατά **4** μονάδες επιταχυνόμενο προς τα αρνητικά)* .

4. Το **εμβαδόν** που περικλείεται από το χωρίο (*περιοχή*) που περικλείεται από **i**) την γραφική παράσταση , **ii**) τις κατακόρυφες ευθείες που τέμνουν κάθετα τον άξονα των χρόνων στα άκρα του χρονικού διαστήματος που αντιστοιχεί στην κίνηση και **iii**) τον άξονα των χρόνων μας δίνει την **μετατόπιση** του κινητού στο συγκεκριμένο χρονικό διάστημα .
Προσοχή ! Προσθέτουμε τα εμβαδά **αλγεβρικά** , δηλαδή όσα χωρία είναι κάτω από τον άξονα των χρόνων (στο **4^{o} τεταρτημόριο** των αξόνων) έχουν **αρνητικό πρόσημο** .

*Για το σχήμα 2 : μεταξύ των χρονικών στιγμών **1s** και **5s** η μετατόπιση **Δx** του κινητού ισούται (αριθμητικά) με το εμβαδόν του σκιασμένου χωρίου **ΑΒΚΓ** , ενώ για το χρονικό διάστημα από **1s** έως **6s** η συνολική μετατόπιση **Δx** + **Δx΄** του κινητού ισούται (αριθμητικά) με το άθροισμα των εμβαδών των χωρίων **ΑΒΚΓ (θετικό εμβαδόν)** και **ΓΕΖ (αρνητικό εμβαδόν** – αρνητικό εμβαδόν σημαίνει κίνηση του κινητού προς την αρνητική φορά)* .

Εάν επιθυμούμε να υπολογίσουμε το συνολικό διάστημα **s** για κάποιο χρονικό διάστημα τότε προσθέτουμε τα εμβαδά κατ' απόλυτη τιμή , δηλαδή θεωρούμε με θετικό πρόσημο όλα τα εμβαδά .

Έτσι , το διανυθέν διάστημα **s** μεταξύ των *χρονικών στιγμών **1s** και **5s** , του ανωτέρω σχήματος 2 , ισούται με* $|ΑΒΚΓ| + |ΓΕΖ|$.

Πάντως στις κινήσεις που μελετούμε τα γραφήματα αυτά είναι ευθείες και έτσι τα χωρία που μας ενδιαφέρουν έχουν είτε **τριγωνικό** σχήμα είτε είναι **τραπέζια** ή **παραλληλόγραμμα** .

5. Το **μέτρο U_μ** της **μέσης ταχύτητας** , για το τμήμα της κίνησης που αναφέρεται σε συγκεκριμένο χρονικό διάστημα **Δt** , ισούται με το **πηλίκο** του εμβαδού (του χωρίου που ορίζεται στο συγκεκριμένο χρονικό διάστημα) προς τη διάρκεια **Δt** .

*Για το χρονικό διάστημα μεταξύ των στιγμών **1s** και **5s** (σχήμα 2) η μέση ταχύτητα του κινητού είχε μέτρο* $U_\mu = {}^{(ΑΒΚΓ)}/_{(5-1)} = \frac{(ΑΒΚΓ)}{4}\, {}^{m}/_{s}$.

Πάντως για κινήσεις **ομαλά μεταβαλλόμενες** , όπως κι αυτές που μελετούμε , το μέτρο της μέσης ταχύτητας , μεταξύ δύο χρονικών στιγμών **t_1** και **t_2** , μπορεί να βρεθεί και από τη σχέση : $U_\mu = \frac{U_2 + U_1}{t_2 - t_1}$[7].

6. Η **κλίση** του ευθύγραμμου τμήματος που έχει τα άκρα του σε δύο σημεία της γραφικής παράστασης δίδει τη **μέση τιμή** $\overline{\alpha}$ του **διανύσματος** της **επιτάχυνσης** για το τμήμα της κίνησης που αντιστοιχεί στις θέσεις των δύο σημείων[8] .

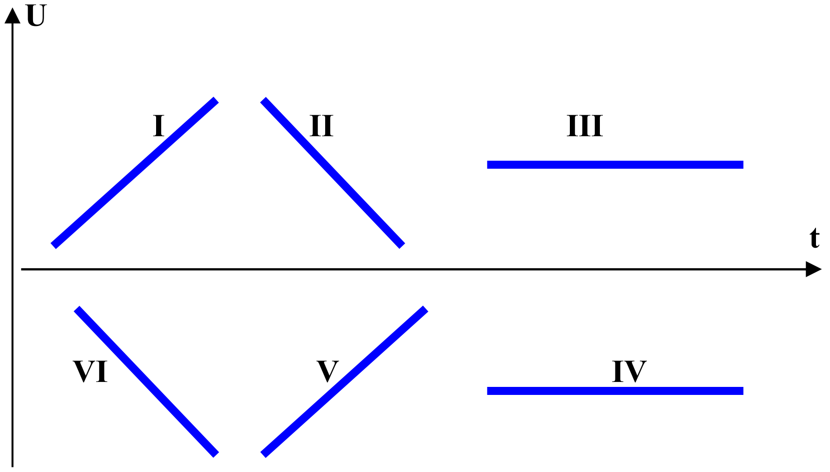
7. Η **κλίση** κάθε ευθείας που **εφάπτεται** σε ένα σημείο της γραφικής παράστασης μας δίνει το **μέτρο α της στιγμιαίας επιτάχυνσης** στην θέση που αντιστοιχεί στο σημείο αυτό – *για το παράδειγμά μας η κλίση της ευθείας (ε΄) , δηλαδή η **εφω** = α_K* .

8. Για να αποφανθούμε αν σε κάποια συγκεκριμένη χρονική στιγμή η κίνηση είναι **επιταχυνόμενη** ή **επιβραδυνόμενη** αρκεί να δούμε την **μονοτονία** της συνάρτησης **U – t** .

[7] Απόδειξε τη σχέση αυτή .
[8] Αναφερόμενοι στο σχήμα 2 , πόσο είναι το μέτρο της μέσης επιτάχυνσης του κινητού για το χρονικό διάστημα από **5s** έως **6s** ;

Αν είναι **αύξουσα** τότε η κίνηση είναι **επιταχυνόμενη** ενώ αν είναι **φθίνουσα** είναι **επιβραδυνόμενη** .
Εναλλακτικά , αρκεί να γνωρίζουμε **ταυτόχρονα** το **πρόσημο** της **στιγμιαίας ταχύτητας U** και της **στιγμιαίας επιτάχυνσης α** .
i) Αν $U \cdot \alpha > 0$ τότε , τη στιγμή εκείνη , το κινητό επιταχύνεται .
ii) Αν $U \cdot \alpha < 0$ τότε , τη στιγμή εκείνη , το κινητό επιβραδύνεται[9].

7. Οι μορφές **όλων** των παραστάσεων στιγμιαίας ταχύτητας – χρόνου σε κινήσεις ομαλές ή ομαλά μεταβαλλόμενες μπορούν να ταξινομηθούν – ποιοτικά – σύμφωνα με τα κάτωθι σχήματα[10] :

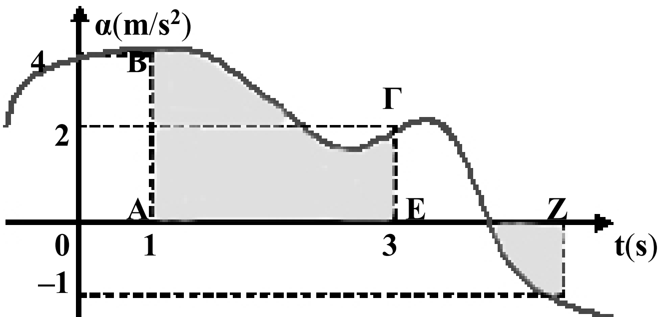


Ο πίνακας που ακολουθεί συνοψίζει την ανωτέρω ταξινόμηση των γραφημάτων

Γράφημα / Κίνηση	I	II	III	IV	V	VI
Ομαλή			+	–		
Επιταχυνόμενη	+					–
Επιβραδυνόμενη		+			–	

Τα πρόσημα δηλώνουν τη φορά της κίνησης .

Γραφική παράσταση της στιγμιαίας επιτάχυνσης συναρτήσει του χρόνου $\alpha = f_3(t)$



Σχήμα 3 : Γραφική παράσταση της στιγμιαίας επιτάχυνσης **α** , ενός κινητού , συναρτήσει του χρόνου **t** .

Εδώ τα πράγματα είναι πιο χαλαρά !

1. Το **μέτρο** της **στιγμιαίας επιτάχυνσης** δίδεται κάθε **στιγμή t** από την **τεταγμένη** του εκάστοτε σημείου του γραφήματος – *π.χ. η στιγμιαία ταχύτητα του κινητού τη χρονική στιγμή* $t = 1s$ *, σημείο* ***B*** *, έχει μέτρο* $4m/s^2$ *ενώ το μέτρο της στιγμιαίας ταχύτητας του κινητού τη*

[9] Ποια νομίζεις ότι είναι η κινητική κατάσταση του σώματος εάν $U \cdot \alpha = 0$;
[10] Ποια μορφή νομίζεις ότι παίρνει η γραφική παράσταση στιγμιαίας ταχύτητας–χρόνου για ένα ακίνητο σώμα;

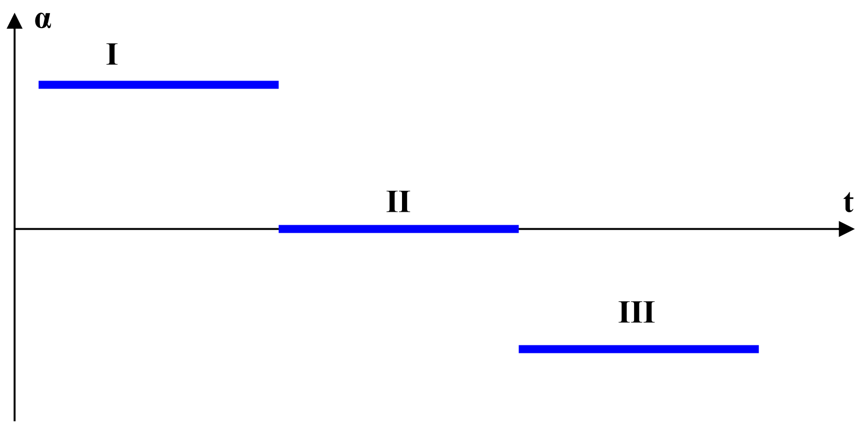
Το **πρόσημο** της τεταγμένης δείχνει τη **φορά** του διανύσματος της επιτάχυνσης και **<u>δεν</u>** <u>δηλώνει αν η κίνηση είναι επιταχυνόμενη ή επιβραδυνόμενη</u> .
Πάντως στις ασκήσεις μας θεωρούμε το μέτρο της ταχύτητας θετικό και έτσι όταν **α > 0** λέμε ότι η κίνηση είναι επιταχυνόμενος και όταν **α < 0** ότι η κίνηση είναι επιβραδυνόμενη .
Όμως αυτό δεν είναι πάντα ο κανόνας .

2. Το **εμβαδόν** που περικλείεται από το χωρίο (*περιοχή*) που περικλείεται από **i**) την γραφική παράσταση , **ii**) τις κατακόρυφες ευθείες που τέμνουν κάθετα τον άξονα των χρόνων στα άκρα του χρονικού διαστήματος που αντιστοιχεί στην κίνηση και **iii**) τον άξονα των χρόνων μας δίνει το μέτρο της μεταβολής της ταχύτητας του κινητού στο συγκεκριμένο χρονικό διάστημα .
Προσοχή ! Προσθέτουμε τα εμβαδά **αλγεβρικά** , δηλαδή όσα χωρία είναι κάτω από τον άξονα των χρόνων (στο **4ο τεταρτημόριο** των αξόνων) έχουν **<u>αρνητικό</u> πρόσημο** .

*Για το σχήμα 3 : μεταξύ των χρονικών στιγμών **1s** και **3s** η ταχύτητα του κινητού μεταβάλλεται (αριθμητικά) κατά **ΔU** = εμβαδόν του σκιασμένου χωρίου **ΑΒΓΕ** .*

Στις κινήσεις που μελετούμε τα γραφήματα αυτά είναι ευθείες παράλληλες με τον άξονα των χρόνων και έτσι τα χωρία που μας ενδιαφέρουν έχουν σχήμα **παραλληλόγραμμου** .

3. Οι μορφές **<u>όλων</u>** των παραστάσεων στιγμιαίας επιτάχυνσης – χρόνου σε κινήσεις ομαλές ή ομαλά μεταβαλλόμενες μπορούν να ταξινομηθούν – ποιοτικά – σύμφωνα με τα κάτωθι σχήματα :



Ο πίνακας που ακολουθεί συνοψίζει την ανωτέρω ταξινόμηση των γραφημάτων .

<table>
<tr><th>Γράφημα
Κίνηση</th><th>I
με U > 0</th><th>I
με U < 0</th><th>II
με U > 0</th><th>II
με U < 0</th><th>III
με U > 0</th><th>III
με U < 0</th></tr>
<tr><td>Ομαλή</td><td></td><td></td><td colspan="2" rowspan="3">U = σταθερή (+) ή (–) ή ακινησία</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Επιταχυνόμενη</td><td>+</td><td></td><td></td><td>–</td></tr>
<tr><td>Επιβραδυνόμενη</td><td></td><td>–</td><td>+</td><td></td></tr>
</table>

Τα πρόσημα δηλώνουν τη **φορά** της **κίνησης** .

Ανακεφαλαιώνοντας παρατηρούμε ότι **και οι τρεις** μορφές γραφικών παραστάσεων της κινητικής (θέσης – χρόνου , στιγμιαίας ταχύτητας – χρόνου και στιγμιαίας επιτάχυνσης – χρόνου) είναι **<u>ισοδύναμες</u>** <u>και</u> **μεταξύ** τους αλλά <u>και</u> με την **αλγεβρική** γλώσσα (δηλαδή τις εξισώσεις) .

Αν γνωρίζουμε τις **αρχικές συνθήκες** (<u>αρχική ταχύτητα</u> και <u>αρχική θέση</u>) τότε όποια κι απ' τις τρεις μας δώσουνε μπορούμε να κατασκευάσουμε τις άλλες δύο .
Είναι κάτι ανάλογο με το να έχεις ένα κείμενο γραμμένο στην ελληνική γλώσσα και να το μεταφράζεις σε άλλη γλώσσα .

Μετά από τέτοιο καταιγισμό πληροφοριών ας τελειώσουμε με ένα δωράκι – για όσους κατάφεραν να διαβάσουν μέχρι εδώ !

Σε κάθε γραφική παράσταση μιας συνάρτησης **y** = **f**(**x**) , όπου **x** η ελεύθερη μεταβλητή (*σε αυτά που είδαμε ελεύθερη μεταβλητή ήταν ο χρόνος **t***) και **y** η εξαρτημένη μεταβλητή (*στο φυλλάδιο αυτό ήταν είτε η θέση **x** , είτε η στιγμιαία ταχύτητα **U** ή η στιγμιαία επιτάχυνση **α***) κάποιες από τις πληροφορίες που μπορούσαμε να εκμαιεύσουμε δινόταν είτε από το εμβαδόν κάποιου σχήματος που όριζε το γράφημα είτε από την κλίση του γραφήματος σε κάποιο σημείο του .
Πως μπορούμε να απομνημονεύσουμε τη μορφή τη πληροφορίας (εμβαδόν ή κλίση) και τη σημασία της ;
Ένας κανόνας – όχι αυστηρός αλλά λειτουργικός – είναι ο εξής :
i) Βλέπουμε σε κάθε άξονα το μέγεθος που εκφράζει *π.χ. σ' όλες τις γραφικές παραστάσεις που συναντήσαμε ο οριζόντιος άξονας (της ελεύθερης μεταβλητής) μετρούσε το **<u>χρόνο</u> t** ενώ ο κατακόρυφος άξονας άλλοτε μετρούσε **θέση x** (δηλαδή απόσταση από την αφετηρία – **<u>μήκος</u>**) ή* στιγμιαία ταχύτητα ($\frac{\text{μη'κος}}{\text{χρο'νος}}$) ή στιγμιαία επιτάχυνση ($\frac{\text{μη'κος}}{\text{χρο'νος} \times \text{χρο'νος}}$) .
ii) Η **<u>αριθμητική τιμή</u>** το **εμβαδού** εκφράζει πάντα ένα μέγεθος με **διαστάσεις** που δίνονται από το **γινόμενο των διαστάσεων των μεγεθών των αξόνων** , *π.χ. σε γραφική παράσταση στιγμιαίας ταχύτητας – χρόνου το εμβαδόν εκφράζει το μέγεθος με διαστάσεις* $\frac{\text{μη'κος}}{\text{χρο'νος}} \times \text{χρο'νος} = \text{μη'κος}$

*δηλαδή τη **μετατόπιση** .*
Προσοχή όμως , δεν σημαίνει ότι ο υπολογισμός του εμβαδού σε γραφικές παραστάσεις έχει πάντα νόημα . *π.χ. σε άξονες θέση – χρόνου το μέγεθος που βγαίνει από τον υπολογισμό του εμβαδού έχει διαστάσεις μήκος **x** χρόνος και απ' ότι τουλάχιστον γνωρίζω , δεν έχει κανέναν νόημα !*

iii) Η **<u>αριθμητική τιμή</u>** της **κλίσης** εκφράζει πάντα ένα μέγεθος με **διαστάσεις** που δίνονται από το **πηλίκο των διαστάσεων των μεγεθών των αξόνων** , *π.χ. σε γραφική παράσταση στιγμιαίας ταχύτητας – χρόνου η κλίση εκφράζει το μέγεθος με διαστάσεις* $\frac{\frac{\text{μη'κος}}{\text{χρο'νος}}}{\text{χρο'νος}} = \frac{\text{μη'κος}}{\text{χρο'νος}^2}$

*δηλαδή την **επιτάχυνση** .*
Όπως και πριν η κλίση δεν εκφράζει πάντα κάποιο μέγεθος με φυσικό νόημα *π.χ. σε άξονες επιτάχυνσης – χρόνου το μέγεθος που βγαίνει από τον υπολογισμό της κλίσης έχει διαστάσεις μήκος/χρόνος*^{3} *και λανθάνει οποιουδήποτε νοήματος .*[11]

Ο πίνακας εκφράζει με συνοπτικό τρόπο όσα είπαμε στο τέλος .

Γράφημα	**Θέσης - Χρόνου**	**Στιγμιαίας ταχύτητας - Χρόνου**	**Στιγμιαίας επιτάχυνσης - Χρόνου**
Κλίση	ταχύτητα	επιτάχυνση	–
Εμβαδόν	–	μετατόπιση	Μεταβολή ταχύτητας

[11] Αν σου δίνανε μια γραφική παράσταση που παρουσίαζε τις τιμές της μάζας ενός υλικού συναρτήσει των τιμών του όγκου που καταλαμβάνει τότε ποια ή ποιες πληροφορίες θα μπορούσες να εξάγεις ;

Μεθοδολογία ασκήσεων κινητικής

i) Διαβάζουμε προσεκτικά την άσκηση και κάνουμε ένα απλό σκίτσο όπου τονίζουμε τις πληροφορίες που δίνονται στην εκφώνηση (πλήθος κινητών , μονόμετρα και διανυσματικά μεγέθη , μεταβολές τις κίνησης , αρχικές και τελικές θέσεις κ.τ.λ.)

ii) Ταξινομούμε τα δεδομένα σε γνωστούς και αγνώστους και φροντίζουμε να αναφέρονται στο S.I. ειδάλλως τα μετατρέπουμε εμείς στο Διεθνές Σύστημα Μονάδων .

iii) Για κάθε κινητό αναγνωρίζομε το είδος τη κίνησης που εκτελεί (ομαλή ή ομαλά μεταβαλλόμενη) και γράφουμε τις εξισώσεις που ικανοποιεί η κάθε κίνηση ξεχωριστά . Γενικά (υπάρχουν και εξαιρέσεις) χρειαζόμαστε τόσες εξισώσεις όσο είναι και το πλήθος των αγνώστων .

iv) Ελαχιστοποιούμε , όσο είναι δυνατόν , το πλήθος των αγνώστων στις εξισώσεις . Για παράδειγμα :
i. εάν ένα κινητό εκτελεί διαδοχικά διαφορετικά είδη κινήσεων τότε η τελική ταχύτητα που αποκτά στο τέλος κάθε κίνησης θα είναι η αρχική για το επόμενο.
ii. Εάν δύο ή περισσότερα κινητά κινούνται ταυτόχρονα τότε ο χρόνος κίνησης **t** είναι κοινός .
iii. εάν ένα κινητό αρχίζει να κινείται μετά από κάποια καθυστέρηση , σε σχέση με ένα άλλο , τότε πρέπει να λάβουμε υπ' όψη κι αυτή την διαφορά χρόνου .
iv. ο ολικός χρόνος κίνησης ισούται με το άθροισμα των χρόνων κίνησης κάθε τμήματος της διαδρομής (ανάλογα σκεπτόμαστε και για την ολική μετατόπιση = άθροισμα επιμέρους μετατοπίσεων) κτλ.

v) Αρκετές ασκήσεις της κινηματικής επιλύονται ευκολότερα με τη χρήση γραφημάτων (θέσης – χρόνου , ταχύτητας – χρόνου ή επιτάχυνσης – χρόνου) .

vi) Λύνουμε τις εξισώσεις (ή τα συστήματα των εξισώσεων) που προκύπτουν ως προς τους αγνώστους .

vii) Αντικαθιστούμε τα γνωστά μεγέθη και εξάγουμε το τελικό αποτέλεσμα . Δεν πρέπει να ξεχνάμε τις μονάδες μέτρησης !

Για διευκόλυνση δίδεται το κάτωθι τυπολόγιο κινητικής υλικού σημείου

<table>
<tr><td colspan="2">Εξισώσεις Ευθύγραμμης Ομαλής Κίνησης</td></tr>
<tr><td colspan="2">$\Delta x = Ut$</td></tr>
<tr><td colspan="2">Εξισώσεις Ευθύγραμμης Ομαλά Επιταχυνόμενης Κίνησης με αρχική ταχύτητα ($U_o \neq 0$)</td></tr>
<tr><td>Επιτάχυνση ($\alpha > 0$)</td><td>Επιβράδυνση ($\alpha < 0$)</td></tr>
<tr><td>α = σταθερή
$U = U_o + \alpha t$
$\Delta x = U_o t + \frac{1}{2}\alpha t^2$</td><td>$\alpha$ = σταθερή
$U = U_o - \alpha t$
$\Delta x = U_o t - \frac{1}{2}\alpha t^2$</td></tr>
<tr><td colspan="2">Εξισώσεις Ευθύγραμμης Ομαλά Επιταχυνόμενης χωρίς αρχική ταχύτητα ($U_o = 0$)</td></tr>
<tr><td>Επιτάχυνση ($\alpha > 0$)</td><td>Επιβράδυνση ($\alpha < 0$)</td></tr>
<tr><td>α = σταθερή
$U = \alpha t$
$\Delta x = \frac{1}{2}\alpha t^2$</td><td>(Ήδη είμαστε ακίνητοι!)</td></tr>
</table>