

Λύση του προβλήματος  
Μαρτίου 2010

**Λείο και τραχύ**

Έστω  $L$  τα μήκη κάθε διαδρομής, της λείας και της τραχιάς,  $\alpha_\lambda$  η επιτάχυνση του τούβλου όταν ολισθαίνει στο λείο τμήμα και  $\alpha_\tau$  όταν ολισθαίνει στο τραχύ.

**Αρχική διάταξη** (το λείο τμήμα πρώτο και το τραχύ επόμενο) :

Έστω  $t_{\lambda 1}$  η χρονική διάρκεια της κίνησης του τούβλου στο λείο τμήμα και  $t_{\tau 2}$  η αντίστοιχη χρονική διάρκεια για το τραχύ τμήμα.

Οι εξισώσεις της κινηματικής δίνουν για το μέτρο  $U_2$  της στιγμιαίας ταχύτητας του τούβλου στο τέλος του λείου τμήματος και για την μετατόπιση  $L$  :

$$U_1 = \alpha_\lambda \cdot t_{\lambda 1} \quad (1)$$

και 
$$L = \frac{1}{2} \alpha_\lambda \cdot t_{\lambda 1}^2 \quad (2)$$

οπότε :

$$t_{\lambda 1} = \sqrt{\frac{2L}{\alpha_\lambda}} \quad (3)$$

Αν με  $t_1$  συμβολίσουμε τον συνολικό χρόνο κίνησης τότε για το δεύτερο τμήμα της κίνησης θα έχουμε :

$$L = U_1 \cdot (t_1 - t_{\lambda 1}) + \frac{1}{2} \alpha_\tau \cdot (t_1 - t_{\lambda 1})^2$$

Η τελευταία σχέση με την βοήθεια των εξ. (2) και (3) και δεδομένου ότι  $\alpha_\tau = v \cdot \alpha_\lambda$  ( $v = 1/3$ ) παίρνει τη μορφή :

$$\frac{1}{2} v \cdot \alpha_\lambda \cdot t_1^2 + (1 - v) \sqrt{2 \cdot L \cdot \alpha_\lambda} \cdot t_1 + (v - 3)L = 0$$

της οποίας η θετική λύση έχει την τιμή :

$$t_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot L}{\alpha_\lambda}} \left( \frac{v - 1 + \sqrt{v + 1}}{v} \right) \quad (4)$$

**Τελική διάταξη** (το τραχύ τμήμα πρώτο και το λείο επόμενο) :

Ο συνολικό διάστημα της κίνησης του τούβλου δίδεται και πάλι από την σχέση (4) κάνοντας απλά τις αντικαταστάσεις  $v \rightarrow 1/v$  και  $\alpha_\tau \rightarrow \alpha_\lambda/3$ .

Έτσι :

$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{\sqrt{\frac{2L}{\alpha_\lambda}} \cdot \left( \frac{v - 1 + \sqrt{v + 1}}{v} \right)}{\sqrt{\frac{2L}{v \cdot \alpha_\lambda}} \cdot \left( \frac{\frac{1}{v} - 1 + \sqrt{\frac{1}{v} + 1}}{\frac{1}{v}} \right)} = \frac{1}{\sqrt{v}} \cdot \left( \frac{v - 1 + \sqrt{v + 1}}{1 - v + \sqrt{v^2 + v}} \right) \stackrel{v=1/3}{=} \frac{3 - \sqrt{3}}{2}$$

**Υπεύθυνος ασκήσεων Βασίλειος Παπαβασιλείου ΠΕ04**

Για τυχόν παρατηρήσεις, διορθώσεις αλλά και ... έξυπνες λύσεις των ασκήσεων μπορείτε να επικοινωνήσετε μέσω της διεύθυνσης [ergfys@gym-mous-laris.lar.sch.gr](mailto:ergfys@gym-mous-laris.lar.sch.gr)