

Μουσικό Σχολείο Λάρισας

Λύση του προβλήματος Μαΐου 2013

Ντεντέκτιβ ... κρούσεων

Στη φωτογραφία φαίνονται μόνο δύο είδωλα του σώματος B παρόλο που η στροβοσκοπική φωτογραφία περιλαμβάνει τέσσερις λήψεις. Αυτό σημαίνει ότι κάποια είδωλα του σώματος B έχουν επικαλυφθεί (το κινητό βρισκόταν στην ίδια θέση σε διαφορετικές χρονικές στιγμές). Τα πιθανά ενδεχόμενα είναι:

- ii) Πριν από την κρούση το κινητό B κινιόταν προς τα αριστερά και έδωσε δύο είδωλα. Μετά την κρούση αντέστρεψε την κίνησή του προς τα δεξιά και έδωσε άλλα δύο είδωλα στις ίδιες θέσεις με τα προηγούμενα είδωλα.

Αν ισχύει αυτή η περίπτωση τότε οι θέσεις του κινητού B τις χρονικές στιγμές t_0 , t_1 , t_2 και t_3 ήταν οι $\mathbf{x}_{B0} = 70\text{cm}$, $\mathbf{x}_{B1} = 60\text{cm}$, $\mathbf{x}_{B2} = 60\text{cm}$ και $\mathbf{x}_{B3} = 70\text{cm}$ αντίστοιχα.

Δεδομένου ότι οι φωτογραφικές λήψεις έγιναν διαδοχικά σε χρονικές στιγμές που απέχουν κατά Δt μεταξύ τους, συμπεραίνουμε ότι η ταχύτητα του κινητού B πριν και μετά την κρούση ήταν ίσου μέτρου $\mathbf{u}_B = 10/\Delta t$.

Επίσης, η κρούση έγινε στη θέση $\mathbf{x}_B = 55\text{cm}$ και έλαβε χώρα τη χρονική στιγμή $t = 1,5\Delta t$.

Αυτό συνάγεται από το γεγονός ότι μεταξύ δύο λήψεων το κινητό B διανύει απόσταση 10cm εντός χρονικού διαστήματος Δt .

Στη θέση 60cm , τοποθετούνται τα δύο επικαλυμμένα είδωλα του κινητού B (ένα κατά την κίνηση προς τα αριστερά και ένα κατά την επιστροφή) και επειδή η κίνηση πριν και μετά την κρούση εκτελείται με ταχύτητα ίδιου μέτρου θα πρέπει στα μισά του χρονικού διαστήματος μεταξύ 2^{ης} και 3^{ης} φωτογραφικής λήψης να έγινε η κρούση.

Όμως, στην υποτιθέμενη θέση της κρούσης υπάρχει ένα είδωλο του κινητού A και από την φωτογραφία ξέρουμε ότι τη στιγμή της κρούσης **δεν** έγινε φωτογραφική λήψη (ειδάλλως θα βλέπαμε εφαπτόμενα τα δύο κινητά στη θέση αυτή)

Συμπέρασμα: Η πιθανότητα αυτή αποκλείεται.

- ii) Πριν την κρούση το κινητό Β ήταν ακίνητο και η φωτογράφιση έδωσε τρία επικαλυπτόμενα είδωλά του ($\mathbf{x}_{B0} = \mathbf{x}_{B1} = \mathbf{x}_{B2} = \mathbf{60cm}$ και $\mathbf{x}_{B3} = \mathbf{70cm}$).

Αν ισχύει αυτή η πιθανότητα τότε η κρούση έλαβε χώρα στη θέση $\mathbf{x} = \mathbf{60cm}$.

Από την φωτογραφία οι συντεταγμένες του κινητού Α ήταν, διαδοχικά, $\mathbf{x}_{A0} = \mathbf{10cm}$, $\mathbf{x}_{A1} = \mathbf{30cm}$, $\mathbf{x}_{A2} = \mathbf{50cm}$ και $\mathbf{x}_{A3} = \mathbf{55cm}$. Πράγμα που σημαίνει ότι η ταχύτητά του θα πρέπει να ήταν $\mathbf{u}_A = \mathbf{20}/\Delta t$ πριν την κρούση και συγκρούστηκε με το κινητό Β στη θέση $\mathbf{x} = \mathbf{60cm}$ τη χρονική στιγμή $\mathbf{t} = \mathbf{2,5\Delta t}$.

Μετά την κρούση το κινητό Α κινήθηκε προς τη θέση $\mathbf{x}_{A3} = \mathbf{55cm}$ με ταχύτητα $\mathbf{u}_A' = \mathbf{5}/(\mathbf{0,5\Delta t}) = \mathbf{10}/\Delta t$ και το κινητό Β προς τη θέση $\mathbf{x}_{B3} = \mathbf{55cm}$ με ταχύτητα $\mathbf{u}_B' = \mathbf{10}/(\mathbf{0,5\Delta t}) = \mathbf{20}/\Delta t$.

Αν ισχύει κάτι τέτοιο τότε η Αρχή Διατήρησης της Ορμής, στην κρούση, μας δίνει:

$$m_A \frac{20}{\Delta t} = -m_A \frac{10}{\Delta t} + m_B \frac{20}{\Delta t} \Rightarrow m_B = \frac{3}{2} m_A$$

Η ολική ενέργεια θα πρέπει να διατηρείται.

Ένας απλός υπολογισμός δείχνει ότι η ολική ενέργεια πριν και μετά την κρούση ήταν:

$$K_{ολ.αρχ.} = \frac{1}{2} m_A \left(\frac{20}{\Delta t} \right)^2 = m_A \frac{200}{(\Delta t)^2} \text{ και } K_{ολ.τελ.} = \frac{1}{2} m_A \left(\frac{10}{\Delta t} \right)^2 + \frac{1}{2} m_B \left(\frac{20}{\Delta t} \right)^2 \stackrel{m_B = \frac{3}{2} m_A}{=} m_A \frac{350}{(\Delta t)^2}$$

Δηλαδή: $K_{ολ.αρχ.} < K_{ολ.τελ.}$, πράγμα αδύνατο αφού δεν έχουμε καμιά προσφορά ενέργειας προς το σύστημα των δύο σωμάτων.

Συμπέρασμα: Κι αυτή η δυνατότητα αποκλείεται.

- iii) Η τελευταία πιθανότητα είναι να ακινητοποιείται, μετά την κρούση, το κινητό Β και να επικαλύπτονται τρία είδωλά του ($\mathbf{x}_{B0} = \mathbf{70cm}$ και $\mathbf{x}_{B1} = \mathbf{x}_{B2} = \mathbf{x}_{B3}$).

Αν ισχύει αυτή η πιθανότητα τότε η κρούση έλαβε χώρα στη θέση $\mathbf{x} = \mathbf{60cm}$ και κάποια χρονική στιγμή μεταξύ των στιγμιότυπων \mathbf{t}_0 και \mathbf{t}_1 .

Από την φωτογραφία οι συντεταγμένες του κινητού Α ήταν, διαδοχικά, $\mathbf{x}_{A0} = \mathbf{55cm}$, $\mathbf{x}_{A1} = \mathbf{50cm}$, $\mathbf{x}_{A2} = \mathbf{30cm}$ και $\mathbf{x}_{A3} = \mathbf{10cm}$. Πράγμα που σημαίνει ότι η ταχύτητα του κινητού, μετά την κρούση, θα πρέπει να ήταν $\mathbf{20}/\Delta t$ και η κρούση να έλαβε χώρα τη στιγμή $\mathbf{t} = \mathbf{0,5\Delta t}$.

Οι ταχύτητες των κινητών Α και Β, πριν την κρούση ήταν $\mathbf{10}/\Delta t$ και $\mathbf{20}/\Delta t$ αντίστοιχα.

Απ' αυτά τα δεδομένα προκύπτει – εφαρμόζοντας την διατήρησης της ολικής ορμής – ότι

$$m_B = \frac{3}{2} m_A.$$

Με απλό υπολογισμό δείχνουμε ότι:

$$K_{ολ,αρχ.} = \frac{1}{2} m_A \left(\frac{10}{\Delta t} \right)^2 + \frac{1}{2} m_B \left(\frac{20}{\Delta t} \right)^2 \stackrel{m_A = 3m_B/2}{=} m_B \frac{275}{(\Delta t)^2}$$

και

$$K_{ολ,τελ.} = \frac{1}{2} m_A \left(\frac{20}{\Delta t} \right)^2 \stackrel{m_B = 3m_A/2}{=} \frac{1}{3} m_B \frac{400}{(\Delta t)^2} ,$$

δηλαδή $K_{ολ,αρχ.} > K_{ολ,τελ.}$ που σημαίνει ότι πρόκειται για ανελαστική κρούση.

Επιμέλεια ασκήσεων Βασίλειος Παπαβασιλείου ΠΕ04

Για τυχόν παρατηρήσεις, διορθώσεις αλλά και ... έξυπνες λύσεις των ασκήσεων μπορείτε να επικοινωνήσετε μέσω της διεύθυνσης

ergfys@gym-mous-laris.lar.sch.gr