

Λύση του προβλήματος
Οκτωβρίου 2009

Σπρώξιμο με φωτόνια

α) Η αποδοτικότερη επιλογή χρώματος είναι το **ασημί** . Το φως θα ανακλάται προς τα πίσω και έτσι τα φωτόνια θα αντιστρέφουν την ορμή τους p . Αυτό σημαίνει ότι η δύναμη που θα ασκεί κάθε ένα απ' αυτά στο ιστίο θα έχει μέτρο :

$$F = \frac{\Delta p_{\text{ανακλ.}}}{\Delta t} = \frac{p - (-p)}{\Delta t} = \frac{2p}{\Delta t}$$

όπου Δt ο χρόνος αλληλεπίδρασης του φωτονίου με το ιστίο .

Εάν επιλέξουμε το μαύρο χρώμα τότε όλα τα φωτόνια θα απορροφούνται και η μεταβολή της ορμής τους θα είναι η μισή απ' ότι πριν ($\Delta p_{\text{απορ.}} = p - (0) = p$)

β) Η φωτεινή ισχύ P που προσπίπτει στα ιστία ισούται με

$$P = I \cdot A = 1353 \text{ kW/m}^2 \cdot 5000 \text{ m}^2 = 6.765.000 \text{ kW}$$

Η ισχύς ορίζεται ως ο ρυθμός παραγωγής ή απορρόφησης ενέργειας , δηλαδή :

$$P = \frac{\Delta E}{\Delta t}$$

και η δύναμη F ως ο ρυθμός μεταβολής της ορμής p , δηλαδή :

$$F_{\text{απορ.}} = \frac{\Delta p_{\text{απορ.}}}{\Delta t}$$

Έτσι , αν το ηλιακό φως δεν ανακλάται στα ιστία (μαύρο χρώμα => πλήρη απορρόφησή του από το υλικό των ιστίων) τότε θα είχαμε $F = \frac{\Delta p_{\text{απορ.}}}{\Delta t} = \frac{1}{c} \cdot \frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{P}{c}$.

Στην περίπτωσή μας όμως τα ιστία ανακλούν τα φωτόνια και έτσι η μεταβολή της ορμής Δp είναι διπλάσια απ' ότι στην περίπτωση της απορρόφησης και έτσι :

$$F_{\text{ανακλ.}} = \frac{\Delta p_{\text{ανακλ.}}}{\Delta t} = 2 \cdot \frac{P}{c} = 2 \cdot \frac{6.765 \cdot 10^6 \text{ W}}{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}} = 4,51 \cdot 10^{-2} \text{ N}$$

Ο θεμελιώδης νόμος της μηχανικής μας δίνει την επιτάχυνση του διαστημοπλοίου :

$$a = \frac{F}{m} = \frac{4,51 \cdot 10^{-2}}{2.000} = 2,25 \cdot 10^{-5} \text{ m/s}^2$$

Ύστερα από χρονική διάρκεια t το διαστημόπλοιο θα αποκτήσει ταχύτητα (κινούμενο ομαλά επιταχυνόμενο χωρίς αρχική ταχύτητα) μέτρου :

i)
$$u = a \cdot t = (2,25 \cdot 10^{-5} \text{ m/s}^2) \cdot (24 \times 3600 \text{ s}) = 1,94 \text{ m/s}$$

ύστερα από μία μέρα (με τόση , περίπου , ταχύτητα τρέχουμε χαλαρά) .

ii) Για ένα έτος , η ταχύτητα θα είναι **365** φορές μεγαλύτερη από την προηγούμενη (η ταχύτητα είναι ανάλογη του χρόνου που πέρασε) , δηλαδή

$$u' = 365 \cdot 1,94 \text{ m/s} = 710 \text{ m/s}$$

όση περίπου και η ταχύτητα ενός δορυφόρου που βρίσκεται σε χαμηλό ύψος .