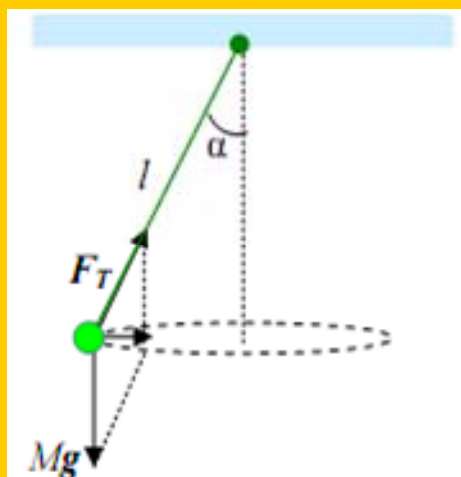


Λύση του προβλήματος
Σεπτεμβρίου 2009

Το μήκος του νήματος βρίσκεται από την σχέση που δίνει την περίοδο ταλαντώσεων του εκκρεμούς :

$$T_0 = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}} \Leftrightarrow l = \frac{T_0^2 \cdot g}{4\pi^2} \quad (1)$$



Σχήμα 1

Στο διπλανό σχήμα φαίνεται η κεντρομόλος δύναμη ως η συνισταμένη της τάσης F_T του νήματος και του βάρους Mg του σφαιριδίου .

Η κατακόρυφη συνιστώσα της τάσης $F_T \sigma \nu \alpha$ εξουδετερώνει το βάρος του σφαιριδίου , δηλαδή :

$$F_T \cdot \sigma \nu \alpha = Mg \Leftrightarrow F_T = \frac{Mg}{\sigma \nu \alpha} \quad (2)$$

Η οριζόντια συνιστώσα ($F_T \eta \mu \alpha$) παίζει το ρόλο της κεντρομόλου που είναι απαραίτητη για την κυκλική κίνηση του σφαιριδίου .

Αν η γωνία που σχηματίζει το νήμα με την κατακόρυφη θέση ισορροπίας του είναι α τότε η ακτίνα της κυκλικής τροχιάς ισούται με $l \eta \mu \alpha$, οπότε θα έχουμε :

$$F_{\text{κεντρ.}} = F_T \cdot \eta \mu \alpha = M \cdot \omega^2 \cdot l \cdot \eta \mu \alpha = \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot M \cdot l \cdot \eta \mu \alpha \quad (3)$$

όπου $\omega = 2\pi/T$ το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας της περιστροφής και T η περίοδος της κίνησης .

Οι σχέσεις (1) και (3) συνεπάγονται ότι : $T = \frac{T_0}{\sqrt{l \eta \mu \alpha}}$

Όσον αφορά το δεύτερο ερώτημα , οι σχέσεις (2) και (3) μας δίνουν :

$$T = T_0 \cdot \sqrt{\frac{Mg}{F_T}}$$

Το βάρος του σφαιριδίου είναι δεδομένο , αυτό που μεταβάλλεται είναι η τάση F_T του νήματος . Στην περίπτωσή μας η τάση λαμβάνει τη μέγιστη τιμή που μπορεί να πάρει και έτσι η περίοδος T είναι η ελάχιστη δυνατή .